Überreicht vom Verfasser.

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1926.
XXIII.

Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juli.
Mitteilung vom 17. Juni.

Form und Brillanz der Brillanten.

Von A. Johnsen.

Diamond

Johnsen, A.

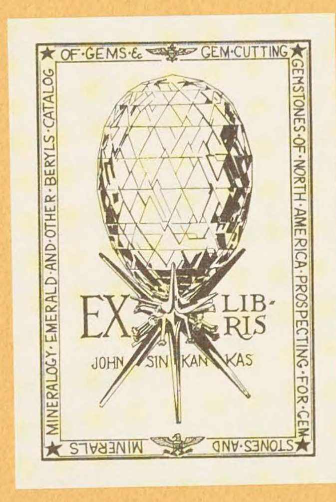
Form und brillanz der Brillanten

I. Sitzungsber Preuss. Akad.Wiss. Berlin, 1926, pp. 322-330,2 figs. (abstract)

II. Fortschr. Min. Krist. Petr.,1927, vol. 11, pp. 309-312, 2 figs.

III. Centralblatt Min., Abt., 2.1926. pp.358-361,2 figs.

IV. Mineral. abstr. 1928,3:437. L.J.S.



Form und Brillanz der Brillanten.

Von A. Johnsen.

Einleitung.

I. Absorption.

Die Lichtabsorption im Diamanten kann bei den folgenden Untersuchungen außer Betracht bleiben. Setzt man nämlich in der bekannten Absorptionsformel $J_1 = J_0 \cdot e^{-ks}$ die durchschnittliche Absorptionskonstante der gewöhnlichen Gläser[1] ein, also etwa $k = 0.015$ für $\lambda = 580\ \mu\mu$, so ergibt sich bei einer Lichtstrecke $s = 1$ eine Absorption von höchstens 2 Prozent; diese Weglänge tritt in einem ungefähr einkarätigen Brillanten auf, während in einem Zehnkaräter $s < 3$ cm und $\frac{J_0 - J_1}{J_0} < 5$ Prozent sein würde. Nimmt man hinzu, daß Dämpfung und Absorption im Diamanten höchstwahrscheinlich viel geringer sind als in Gläsern, so ergibt sich, daß bei der Berechnung der optischen Wirkungen des Brillanten die etwas größere oder kleinere Länge der Lichtwege vernachlässigt werden darf.

II. Farbenspiel.

Die Dispersion $n_H - n_A$ des Diamanten beträgt 0.0628, d. i. ungefähr das Fünffache der des Wassers und das Dreifache der von leichtem Kronglas; sie ist nahezu gleich der Dispersion des Zirkons ($ZrSiO_4$), etwas kleiner als die von Zinnstein (SnO_2), ein Fünftel der von Anatas (TiO_2) und ein Sechstel der des Rutils (TiO_2).

Die Dispersion der verschiedenen Spektralbereiche läßt sich aus Tabelle I entnehmen; diese enthält die Brechungsindizes n des Diamanten nach den sorgfältigen Messungen von E. A. Wülfing[2] nebst den daraus berechneten Grenzwinkeln J der Totalreflexion, von der später die Rede sein soll.

[1] Vgl. H. Hovestadt, Jenaer Glas; Jena 1900, S. 52.
[2] E. A. Wülfing, Min. Mitt. **15**. 350. 1896.

Tabelle I.

Spektrallinie	λ in μμ	n	J
H	397	2.4652	23° 56′
G	431	2.4513	24° 5′
F	486	2.4354	24° 15′
E	527	2.4269	24° 20′
D	589	2.4175	24° 26′
C	656	2.4104	24° 31′
B	687	2.4076	24° 32′
A	760	2.4024	24° 36′

Anschaulicher treten die Farbeneffekte der Dispersion hervor, wenn man die Winkel zwischen violetten und roten Strahlen, etwa der H-Linie und der A-Linie, ermittelt, also $i_H - i_A$ in Luft für den Fall, daß ein weißer Strahl unter verschiedenen Winkeln r im Diamanten gegen Luft einfällt.

Tabelle II.

$\measuredangle r$	$\measuredangle i_H$	$\measuredangle i_D$	$\measuredangle i_A$	$\measuredangle (i_H - i_A)$
0°	0°	0°	0°	0°
5°	12° 24′	12° 10′	12° 5′	0° 19′
10°	25° 21′	24° 49′	24° 39′	0° 42′
15°	39° 39′	38° 44′	38° 27′	1° 12′
20°	57° 28′	55° 47′	55° 15′	2° 13′
23° 56′ = J_H	90° 0′	78° 44′	77° 3′	12° 57′

Man ersieht aus Tabelle II die zu verschiedenen Winkeln r gehörenden Winkel i_H, i_D, i_A und $i_H - i_A$.

Ähnlich zeigt Tabelle III die Differenzen $r_A - r_H$ im Diamanten für den Fall, daß ein weißer Strahl unter verschiedenen Winkeln i in Luft gegen den Diamanten einfällt.

Tabelle III.

$\measuredangle i$	$\measuredangle r_A$	$\measuredangle r_D$	$\measuredangle r_H$	$\measuredangle (r_A - r_H)$
0°	0°	0°	0°	0°
10°	4° 9′	4° 7′	4° 2′	0° 7′
20°	8° 11′	8° 8′	7° 59′	0° 12′
30°	12° 1′	11° 56′	11° 42′	0° 19′
40°	15° 31′	15° 25′	15° 7′	0° 24′
50°	18° 36′	18° 28′	18° 6′	0° 30′
60°	21° 8′	20° 59′	20° 34′	0° 34′
70°	23° 6′	22° 57′	22° 29′	0° 37′
80°	24° 12′	24° 2′	23° 33′	0° 39′
90°	24° 36′ = J_A	24° 26′ = J_D	23° 56′ = J_H	0° 40′

Aus den Tabellen II und III ist zu ersehen, daß die Divergenz zwischen roten und violetten Strahlen im Diamanten nicht einmal 3/4° erreicht, während die in Luft austretenden Strahlen bis etwa 13° divergieren können, und zwar

wird dieses Maximum erreicht, wenn ein weißer Strahl im Diamanten unter $\measuredangle J_H$ gegen Luft einfällt, wo $J_H = 23° 56'$ den Grenzwinkel der totalen Reflexion für die H-Linie bedeutet. Dabei ist besonders bemerkenswert, daß, wie Tabelle II zeigt, $\measuredangle (i_H - i_A)$ mit wachsendem $\measuredangle r$ zunächst sehr langsam, schließlich aber sehr schnell wächst, und zwar in dem kleinen Bereich von $r = 20°$ bis $r = 23° 56'$ fast fünfmal so stark als in dem großen Bereich von $r = 0°$ bis $r = 20°$.

III. Glanz.

Die hohe Lichtbrechung des Diamanten, die man aus Tabelle I ersieht, hat zweierlei Folgen; erstens einen starken Glanz der Oberfläche im auffallenden Licht, zweitens einen großen Winkelbereich totaler Reflexion.

Nach der Fresnelschen Formel ist bei einem Einfallswinkel i nebst einem Brechungswinkel r die reflektierte Intensität gleich p-Prozent der auffallenden, wo $p = \left\{ \frac{\mathrm{tg}^2 (i-r)}{\mathrm{tg}^2 (i+r)} + \frac{\sin^2 (i-r)}{\sin^2 (i+r)} \right\} \frac{100}{2}$; daraus berechnet sich für Natriumlicht, wenn $i = 0°$ ist, $p = 17$, und wenn $i = 67° 32'$ ist, $p = 25$, während für Glas mit $n_D = 1.5$ die betreffenden beiden p-Werte gleich 8 und $14^1/_2$, für Wasser gleich 2 und 11 sind. Durch dieses starke Reflexionsvermögen des Diamanten wird der sogenannte »Diamantglanz« hervorgerufen, der an Intensität zwischen dem »Glasglanz« und dem »Metallglanz« steht.

Da der Grenzwinkel J der Totalreflexion nach Tabelle I für die D-Linie $24° 26'$ beträgt, so umfaßt der Winkelbereich der totalen Reflexion $90° - 24° 26' = 65° 34'$. Werden Lichtstrahlen, die in den Oberteil eines Brillanten eintreten, an Facetten des Unterteils total reflektiert und gelangen dann aus dem Oberteil ins Auge, so erscheinen jene Facetten des Unterteils metallisch glänzend, und zwar wie versilbert. Dieser »Metallglanz« der unteren Facetten sowie der »Diamantglanz« der oberen Facetten liefern zusammen den als Brillanz bezeichneten Effekt, der natürlich ganz unabhängig vom sogenannten Farbenspiel ist; »Farbenspiel« und »Brillanz« machen zusammen das »Feuer« aus.

Es ist leicht einzusehen, daß ein kugelig geschliffener Diamant zwar das Farbenspiel der Tautropfen in erhöhtem Maße, dagegen nur eine sehr geringe Brillanz aufweisen wird, da keine Totalreflexion in ihm zustande kommen kann; sämtliche Reflexionswinkel eines monochromatischen Lichtstrahls, der in eine Diamantkugel eingedrungen ist, sind einander gleich und kleiner als der Grenzwinkel J der totalen Reflexion.

Form und Brillanz.

Der heute übliche dreifache Brillantschnitt, das sogenannte »dreifache Gut«, besitzt am Oberteil außer der Tafel drei Etagen gleich geneigter Flächen, nämlich acht Sternfacetten, acht Hauptfacetten und sechzehn Querfacetten; am Unterteil liegen sechzehn Querfacetten und acht Hauptfacetten sowie die winzige Kalette, die übrigens den optischen Effekt des Unterteils ungünstig beeinflußt und daher neuerdings nicht selten fortgelassen wird.

Die Rundiste stellt ein regelmäßiges Sechzehneck dar, die Tafel ein regelmäßiges Achteck, die Sternfacetten gleichschenklige Dreiecke, die Hauptfacetten Deltoide und die Querfacetten ungleichseitige Dreiecke. Die Symmetrie dieser Brillanten besteht in einer achtzähligen Drehungsachse und 4 + 4 Spiegelungsebenen.

Wir betrachten nun denjenigen Facettenbüschel, der von der Tafel, zwei einander gegenüberliegenden oberen Hauptfacetten und zwei einander gegenüberliegenden unteren Hauptfacetten gebildet wird; die Kalette möge fehlen. Die Figur 1 stellt einen Schnitt senkrecht zu diesem Büschel dar. BG entspricht der Tafel, BD und FG zwei oberen Hauptfacetten, CD und CF zwei unteren Hauptfacetten und DF der Rundistenebene; AC ist die Mittelsenkrechte der Tafel, ϕ der spitze Winkel zwischen einer oberen Hauptfacette und der Rundistenebene und ψ der spitze Winkel zwischen einer unteren Hauptfacette und der Rundistenebene.

Wir fordern jetzt, daß jeder Strahl, der senkrecht zur Tafel gerichtet ist und auf die Tafel oder eine obere Hauptfacette auftrifft, an den beiden unteren Hauptfacetten CD und CF nacheinander oder an CF und CD nacheinander reflektiert werde und dann entgegengesetzt der Einfallsrichtung aus der oberen Hauptfacette oder aus der Tafel austrete, und zwar sollen die Strahlen, die auf die Tafel fielen, aus den Hauptfacetten austreten, und die Strahlen, die auf die Hauptfacetten fielen, aus der Tafel austreten (Fig. 1). Welche Werte der Winkel ϕ und ψ genügen diesen Forderungen?

Aus der Figur 1 gewinnt man eine Beziehung zwischen $\measuredangle\phi$, $\measuredangle\psi$ und dem Brechungsindex n; löst man die betreffende Gleichung nach ϕ und nach ψ auf, so ergeben sich die Gleichungen (1) und (2):

$$\operatorname{ctg}\phi = -\frac{1 + n\cos 4\psi}{n \sin 4\psi}, \tag{1}$$

$$\cos 4\psi = -\frac{\sin^2\phi}{n} \underline{(+)} \frac{\cos\phi}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2\phi}\,. \tag{2}$$

In Gleichung (2) bedeutet die Einklammerung des Pluszeichens vor dem Wurzelausdruck, daß es, wie sich noch zeigen wird, in Wegfall kommt; zunächst aber müssen wir mit beiden Vorzeichen rechnen. Wir setzen jetzt $n = n_D = 2.4175$. Dann liefert das Pluszeichen in (2) für $\measuredangle\phi = 0°$ $\measuredangle\psi = 0°$ und für $\measuredangle\phi = 90°$ $\measuredangle\psi = 28°\,36^1/_2{}'$; das Minuszeichen liefert für $\measuredangle\phi = 0°$ $\measuredangle\psi = 45°$ und für $\measuredangle\phi = 90°$ $\measuredangle\psi = 28°\,36^1/_2{}'$. Wir untersuchen jetzt zunächst, ob etwa ψ ein Maximum oder Minimum durchläuft, wenn ϕ von 0° bis 90° ansteigt. Setzt man $\frac{d\cos 4\psi}{d\phi} = 0$, so ergibt sich aus (2), und zwar unabhängig vom Wurzelvorzeichen,

$$n = 1\,. \tag{3}$$

Da der Brechungsindex $n > 1$, tritt also ein Maximum oder Minimum von $\cos 4\psi$, also auch von ψ, nicht auf. Setzt man $\frac{d\operatorname{ctg}\phi}{d\psi} = 0$, so liefert (1)

$$\cos 4\psi = -n; \tag{3a}$$

demnach kommt auch für ctg φ und für φ kein Maximum oder Minimum in Frage.

Steigt also $\measuredangle \varphi$ von 0° bis 90°, so steigt bei positivem Wurzelvorzeichen in (2) $\measuredangle \psi$ von 0° bis $28° 36^1/_2{}'$ und fällt bei negativem Wurzelvorzeichen in (2) $\measuredangle \psi$ von 45° bis $28° 36^1/_2{}'$.

Nun erinnern wir uns, daß die Forderungen, die zu (1) und (2) führten, nichts darüber bestimmten, ob an den beiden unteren Hauptfacetten CD und CF der Figur 1 partielle oder totale Reflexion eintreten soll; daher sagen natürlich (1) und (2) nichts darüber aus. Jetzt wollen wir aber fordern, daß an CD und an CF Totalreflexion stattfinden soll, weil sich sonst kein Metallglanz und somit nur eine sehr geringe Brillanz ergeben würde.

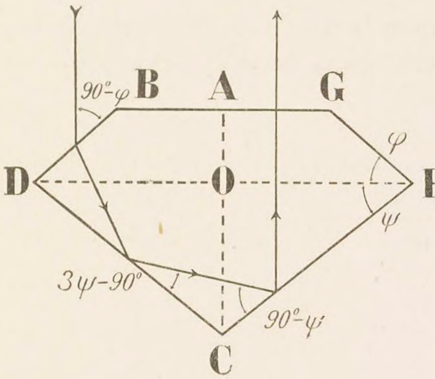


Fig. 1.

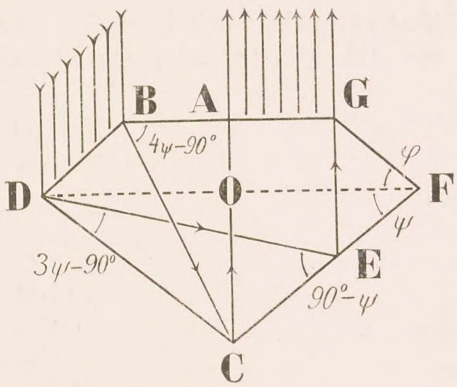


Fig. 2.

Als Bedingung dafür, daß an CD in Figur 1 Totalreflexion eintritt, ergibt sich

(4) $$\psi > J,$$

wo J der Grenzwinkel der Totalreflexion und für Natriumlicht $J = J_D = 24° 26'$ ist; als Bedingung dafür, daß an CF in Figur 1 Totalreflexion stattfindet, erhält man

(5) $$\psi < \frac{180 - J}{3},$$

also $\psi < 51° 51'$. Da aus (2) abgeleitet wurde, daß $0° < \psi < 45°$, so liefert (5) keine weitere Einengung der Variationsbreite von ψ, wohl aber (4). Sogleich wird sich zeigen, daß die untere Grenze von ψ, nämlich $\psi > 24° 26'$, die sich soeben aus (4) ergab, noch höher hinaufrückt, wenn wir (4) mit (1) kombinieren. Da nach (4) und (2) $45° > \psi > 24° 26'$, so $180° > 4\psi > 90°$; somit ist $\cos 4\psi$ negativ und $\sin 4\psi$ positiv. Da nun $\varphi < 90°$ und daher ctg φ positiv, so ergibt sich aus (1)

(6) $$-\cos 4\psi > \frac{1}{n},$$

also $\psi > 28° 36^1/_2'$, so daß sich als endgültige Begrenzung von ψ ergibt

$$28° 36^1/_2' < \psi < 45°. \tag{7}$$

Hiermit ist zugleich die oben aufgeworfene Frage nach dem Wurzelvorzeichen in (2) dahin beantwortet, daß das Pluszeichen ausscheidet, weil es $0° < \psi < 28° 36^1/_2'$ lieferte. — Wünscht man, daß $\psi = \phi$ sein soll, so erhält man aus (1) die quadratische Gleichung

$$4 \cos^4 \psi - 3 \cos^2 \psi = -\frac{n+1}{4n}; \tag{8}$$

ihre beiden Wurzeln sind $\psi_1 = 39° 1^1/_2'$ und $\psi_2 = 67° 30'$; da $\psi_2 > 45°$, so scheidet es aus und man erhält $\psi = \phi = 39° 1^1/_2'$.

Tabelle IV enthält einige Paare zugeordneter ϕ-Werte und ψ-Werte, wie sie sich aus (1) oder (2) bei Berücksichtigung von (7) ergeben.

Tabelle IV.

ϕ	ψ
0° 0′	45° 0′
26° 43′	41° 0′
39° 1¹/₂′	39° 1¹/₂′
41° 7′	38° 40′
42° 6′	38° 30′
45° 0′	38° 0′
61° 19′	35° 0′
84° 18′	30° 0′
90° 0′	28° 36¹/₂′

Unser bisheriges Ergebnis besagt, daß den aufgestellten Forderungen unendlich viele Paare von ϕ- und ψ-Werten gehorchen und daß alle diese ϕ-Werte und alle diese ψ-Werte in je einem bestimmten, endlichen Winkelbereich liegen. Das Größenverhältnis der Facetten wurde hierdurch nicht berührt. Um zu dem günstigsten Größenverhältnis von Hauptfacetten und Tafel zu gelangen, müssen wir eine neue Forderung hinzufügen. Es sollen alle längs BD auf die linke obere Hauptfacette der Figur 2 fallenden Strahlen längs AG aus der rechten Tafelhälfte wieder austreten und ebenso natürlich alle längs AG auf die rechte Tafelhälfte fallenden Strahlen aus der linken oberen Hauptfacette längs BD wieder austreten, so daß ein Strahl von B nach A bzw. von A nach B gelangt und ein anderer von D nach G bzw. von G nach D; dabei soll auch jetzt wieder jeder auffallende Strahl senkrecht zur Tafel gerichtet sein, an den beiden unteren Hauptfacetten CD und CF nacheinander oder an CF und CD nacheinander total reflektiert werden und dann genau entgegengesetzt zu seiner ursprünglichen Richtung wieder austreten.

Kehrt man in Figur 2 alle Pfeile um, so hat man natürlich den umgekehrten Strahlengang.

Nun ergeben sich aus Figur 2 für das Größenverhältnis der Strecken AO und DO folgende zwei Beziehungen

$$(9) \qquad \frac{DO}{AO} = \frac{\operatorname{ctg}\varphi - \operatorname{tg} 4\psi}{1 + \operatorname{tg}\psi \operatorname{tg} 4\psi}$$

und

$$(10) \qquad \frac{DO}{AO} = \frac{\operatorname{ctg}\varphi}{2 - 4\sin^2\psi}.$$

Setzt man die rechtsseitigen Ausdrücke von (9) und (10) einander gleich und löst nach $\operatorname{ctg}\varphi$ auf, so erhält man nach einigen Umformungen

$$(11) \qquad \operatorname{ctg}\varphi = \frac{2 \operatorname{tg} 4\psi (\cos^2\psi - \sin^2\psi)}{\cos^3\psi - 3\sin^2\psi - \operatorname{tg}\psi \operatorname{tg} 4\psi},$$

womit $\frac{DO}{AO}$ eliminiert ist.

Bereits Gleichung (1) lieferte einen Ausdruck für $\operatorname{ctg}\varphi$; setzen wir die rechten Seiten von (1) und (11) einander gleich, so haben wir die alte Forderung mit der neuen vereinigt und erhalten

$$(12) \qquad -\frac{1 + n\cos 4\psi}{n\sin 4\psi} = \frac{2 \operatorname{tg} 4\psi (\cos^2\psi - \sin^2\psi)}{\cos^3\psi - 3\sin^2\psi - \operatorname{tg}\psi \operatorname{tg} 4\psi},$$

womit φ eliminiert ist. Aus (12) gewinnt man durch eine Reihe von Umformungen die für $\cos 2\psi$ kubische Gleichung

$$(13) \qquad 4(n-1)\cos^3 2\psi - 2n\cos^2 2\psi - 4(n-1)\cos 2\psi + n - 1 = 0.$$

Unter den drei Wurzeln von (13) kommt nur eine in Betracht, und die liefert, wenn man wieder $n = n_D = 2.4175$ setzt,

$$(14) \qquad \psi = 38^\circ 40'.$$

Setzt man den ψ-Wert von (14) in (1) ein, so ergibt sich

$$(15) \qquad \varphi = 41^\circ 7'.$$

Es genügt also nur dieses einzige Wertepaar von φ und ψ allen unsern Forderungen. Trägt man diese beiden Werte in (9) oder (10) ein und setzt

$$(16) \qquad AO = 1,$$

so folgt

$$(17) \qquad DO = 2.61.$$

Hieraus gewinnt man an Hand von Figur 2 sämtliche übrigen Strecken, nämlich $CO = 2.09$, $BG = 2.93$ und $BD = FG = 1.52$ sowie $CD = CF = 3.35$. Insonderheit verhält sich danach die Dicke AO des Oberteils zu der Dicke CO des Unterteils wie 1 : 2.09, die Gesamthöhe AC zum größten Rundistendurchmesser DF wie 2.95 : 5, der größte Tafeldurchmesser BG zum größten Rundistendurchmesser DF wie 5.04 : 9

und der größte Durchmesser BD der oberen Hauptfacetten zum größten Tafeldurchmesser BG wie 2.08 : 4.

Diese Größenverhältnisse nebst den beiden Werten von φ und ψ gewährleisten also maximale Brillanz, d. h. optimale Ausnützung des in Richtung AC auf Tafel und obere Hauptfacetten fallenden Natriumlichtes; Intensitätsverluste entstehen dabei nur durch Reflexion beim Eintritt in den Oberteil und beim Austritt aus dem Oberteil sowie in sehr geringem Maße durch Absorption.

Nach der auf S. 324 angeführten Formel läßt sich folgendes berechnen. Beim Auffallen des Lichtes auf die Tafel entsteht ein Intensitätsverlust von 17 Prozent und hernach beim Austritt aus einer oberen Hauptfacette ein Reflexionsverlust von 15 Prozent der Anfangsintensität; das macht einen Gesamtverlust von 32 Prozent. Der erste Verlust von 17 Prozent trägt aber als Diamantglanz der Tafel zur gesamten Brillanz bei, so daß der Gesamtverlust eigentlich nur 15 Prozent beträgt. Aber auch von dem zweiten Reflexionsverlust, nämlich dem beim Austritt aus einer oberen Hauptfacette reflektierten Anteil, tritt nach mehreren inneren Reflexionen ein kleiner Betrag aus dem Oberteil aus.

Da das Auffallen auf eine obere Hauptfacette unter dem Winkel $\varphi = 41° 7'$ erfolgt, so entsteht ein Reflexionsverlust von 18 Prozent und nachher beim Austritt aus der Tafel ein Reflexionsverlust von 14 Prozent der Anfangsintensität, was wieder einen Gesamtverlust von 32 Prozent ausmacht. Der Betrag von 18 Prozent wird von der Hauptfacette als Diamantglanz reflektiert, aber nicht senkrecht zur Tafel, sondern fast parallel zu ihr. Statt der 14 Prozent gehen endgültig nur $2^1/_2$ Prozent verloren, während $11^1/_2$ Prozent der Anfangsintensität nach inneren Reflexionen aus einer Hauptfacette austreten, und zwar parallel zur Tafelnormale.

Was das Farbenspiel unserer Brillantform betrifft, so liefern die errechneten Werte φ und ψ für weiße Stahlen, die senkrecht zur Tafelebene gerichtet sind und auf Tafel und obere Hauptfacetten fallen, folgendes: Die H-Strahlen und die A-Strahlen divergieren beim Austritt aus der Tafel um 1°, beim Austritt aus einer oberen Hauptfacette um $1^1/_3°$, so daß hier das Spektrum länger wird als dort.

Der in diesem Kapitel geforderte und streng mathematisch behandelte Strahlengang ist bereits unlängst von dem »Laboratorium für Diamantforschung, Düsseldorf-Oberkassel« gefordert und bearbeitet worden. Die betreffende Veröffentlichung[1] enthält aber nicht die Untersuchung selbst, sondern nur deren Ergebnisse, und obendrein weichen diese teilweise von den unseren ab; es werden dort $\varphi = 42°$ und $\psi = 38° 30'$ als optimale Werte angegeben, während die Größenverhältnisse der Durchmesser und der Facetten mit den unseren übereinstimmen. Übrigens findet man in der gleichen Veröffentlichung die optimalen Neigungswinkel der Sternfacetten, der oberen Querfacetten und der unteren Querfacetten gegen die Rundistenebene der Reihe nach zu 22°, 49° und 41° angegeben.

[1] Deutsche Goldschmiedezeitung **29**, 5. u. 6. Heft, Leipzig 1926.

Unser Ergebnis, daß sich die Dicke des Oberteils zu der des Unterteils fast genau wie 1:2 verhalten muß, stimmt bemerkenswerterweise völlig mit einer sehr alten Erfahrung überein; bereits im Jahre 1750 hat DAVID JEFFERIES[1] diese Regel mitgeteilt, die anscheinend schon damals längst bekannt war und später ohne weitere Angaben in die Bücher über Edelsteinkunde von J. R. BLUM (1832), K. E. KLUGE (1860), A. SCHRAUF (1869) usw. aufgenommen worden ist. Dagegen wird in diesen älteren Werken das Verhältnis von größtem Tafeldurchmesser zu größtem Rundistendurchmesser gleich 4:9 anstatt des von uns berechneten Verhältnisses 5:9 angegeben; übrigens machen die Diamantschleifer die Tafel im Verhältnis zur Rundiste schon seit Jahren merklich größer als früher, obwohl das einen größeren Gewichtsverlust bedeutet, wie ja heute überhaupt fast nur auf Brillanz und nicht »auf Gewicht« geschliffen wird; der »Brasilianer« oder »alte Minen«-Schliff war zu dick und »klumpig«, weil seine Tafel zu klein und die Winkel φ und ψ zu groß waren.

FRANK B. WADE[2] geht offenbar von anderen Forderungen aus als wir und erhält daher auch andere Ergebnisse, teilt aber weder seine Bedingungen noch seine Berechnungsmethode mit. Nach ihm soll besonders günstig und mit der Erfahrung im Einklang sein $\varphi = 35°$ und $\psi = 41°$, $AO:CO = 1:2.09$, $AC:DF = 3:5$, $BG:DF = 2:5$ und $BD:BG = 3.66:4$ (vgl. unsere Figur 2).

---

[1] DAVID JEFFERIES, Treatise on diamonds, London 1750; deutsche Übersetzung von GEORG MARCUS KNOCH, Danzig 1756, S. 29.

[2] FRANK B. WADE, Diamonds; New York and London 1916, p. 63, 64, 68, 69, 77, 78.

Ausgegeben am 4. September.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

Sonderabdrucke aus den Sitzungsberichten 1925—1926.

Verlag der Akademie der Wissenschaften.
In Kommission bei Walter de Gruyter u. Co.

Physikalisch-mathematische Klasse.

Hellmann: Grenzwerte der Klimaelemente auf der Erde	*RM* 1.—
Penck: Der postglaziale Vulkan von Köfels im Ötztale	» 1.—
Correns: Untersuchungen über polygame Blütenpflanzen. I. *Silene Roemeri* Friv.	» 2.—
Schottky: Über die Harmonie des Thetasystems. Zweite Mitteilung	» 2.—
Schottky: Über die Harmonie des Thetasystems. Dritte Mitteilung	» 1.—
Hellmann: Die Verbreitung der Hydrometeore auf der Erde	» 1.—
Penck: Glazialgeologische Beobachtungen in den bayerischen Hochalpen	
Penck: Alte Breccien und junge Krustenbewegungen in den bayerischen Hochalpen	» 2.50
Penck: Die Eiszeit in den bayerischen Hochalpen	
Zimmermann: Der Begriff der Knickgrenze	» 1.—
Bieberbach: Über die Entwicklung der nichteuklidischen Geometrie im 19. Jahrhundert	» 2.—
W. Noddack, I. Tacke und O. Berg: Zwei neue Elemente der Mangangruppe (1 Tafel)	» 1.—
Einstein: Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität	» 1.—
R. Ladenburg u. H. Kopfermann: Anomale elektr. Doppelbrechung des Natriumdampfes	» 1.—
H. Zocher und K. Coper: Über die Erzeugung optischer Aktivität an Silber	» 1.—
E. Schrödinger: Bemerkungen über die statistische Entropiedefinition beim idealen Gas	» 1.—
Planck: Über die statistische Entropiedefinition	» 1.—
Schur: Einige Bemerkungen zur Determinantentheorie	» 1.—
C. Müller: Über sehr dünne, durchsichtige Metallfolien	» 1.—
A. Ostrowski: Über den Schottkyschen Satz und die Borelschen Ungleichungen	» 1.—
Schmidt: Über das Extremum der Bogenlänge einer Raumkurve	» 1.—
Zimmermann: Der Begriff der Knickgrenze. II	» 1.—
Fick: Über die Muskelfaserlänge des Armmuskels (m. brachialis) und seiner Abart	» 1.—
H. v. Ficker: Temperaturgradienten bei Föhn	» 1.—
Hellmann: Über die Wetterlage bei guter Fernsicht von Bergeshöhen	» 1.—
Hellmann: Wasserhosen auf dem Atlantischen Ozean	» 1.—
Schur u. G. Szegö: Über die Abschnitte einer im Einheitskreise beschränkten Potenzreihe	» 1 —
A. Merz: Die Deutsche Atlantische Expedition auf dem »Meteor« (3 Tafeln)	» 2.—
A. Hammerstein: Über die Entwickelung eines logarithmisch-unstetigen Kerns	» 1.—
Zimmermann: Die Formänderungen gekrümmter Stäbe bei Längs- und Querbelastung	» 2.—
E. Schrödinger: Die Energiestufen des idealen einatomigen Gasmodells	» 1.—
Zimmermann: Die Knickfestigkeit von Stäben mit Querbelastung	» 1.—
Nernst und W. Orthmann: Die Verdünnungswärme von Salzen	» 1.—
v. Laue und H. Mark: Die Zerstreuung inhomogener Röntgenstrahlen	» 1.—
C. W. Correns: Über die Erklärung der sogenannten Kristallisationskraft	» 1.—
Zimmermann: Die Knickfestigkeit der Stabverbindungen mit Form- und Belastungsfehlern	» 1.—
Bodenstein: Reaktionsgeschwindigkeit bei Umsetzungen von Atomen	» 1.—
W. Schottky: Das Gesetz des Tiefempfangs in der Akustik und Elektrodynamik	» 1.—
Paschen: Serienenden und molekulare Felder (1 Tafel)	» 1.—
Kneser: Neue Theorie der konjugierten Punkte	» 2.—
Haberlandt: Über den Blattbau der *Crataegomespili* von Bronvaux und ihrer Eltern	» 2.50
Schottky: Bewegung eines starren Körpers im vierdimensionalen Raume	» 2.—
G. Szegö: Ein Beitrag zur Theorie der Thetafunktionen	» 1.—
R. Ladenburg, H. Kopfermann u. A. Carst: Anomale Dispersion angeregter Gase (1 Taf.)	» 2.—
P. Guthnick und R. Prager: Kurzbrennweitige photograph. Objektive in der Astronomie	» 1.—
Bieberbach: Über Tchebychefsche Netze auf Flächen negativer Krümmung	» 2.—
Johnsen: Form und Brillanz der Brillanten	» 1.—

Die Preise verstehen sich in Reichsmark.